

Problema 1. Se consideră 43 de numere naturale de forma \overline{abcd} , unde $a + d = 7$ și $b + c = 5$. Arătați că printre acestea se găsesc două numere egale.

Mihai Bunget, Târgu Jiu

\overline{abcd}

$$a + d = 7$$

$$b + c = 5$$

Pentru $a + d = 7$, avem următoarele perechi (a, d) : $(1, 6)$; $(2, 5)$; $(3, 4)$; $(4, 3)$; $(5, 2)$; $(6, 1)$; $(7, 0)$. Varianta $(0, 7)$ nu este validă, deoarece a este prima cifră a unui număr, deci nu poate fi 0. Astfel, sunt 7 variante.

Pentru $b + c = 5$, avem următoarele perechi (b, c) : $(0, 5)$; $(1, 4)$; $(2, 3)$; $(3, 2)$; $(4, 1)$; $(5, 0)$. Adică 6 variante.

Pentru a afla numărul numerelor \overline{abcd} înmulțim $7 \cdot 6$ (numărul de perechi obținute). $7 \cdot 6 = 42$ numere.

Dar, $42 < 43$. Deci, cu ajutorul Principiului Cutiei, ne dăm seama că în cele 43 de numere avem două identice (egale).