

Problema 1. Suma a 24 de numere naturale distincte, de două cifre, este 599. Arătați că printre aceste numere este unul care se divide cu 5.

Monica Sas, Bistrița

Soluție: Presupunem că niciunul dintre numere nu are ultima cifră 0 sau 5.

Adunăm cele mai mici 24 de astfel de numere.

$$11 + 12 + 13 + 14 + 16 + \dots + 19 + 21 + \dots + 24 + 26 + \dots + 39.$$

$$\text{Avem } S = (11 + 39) + (12 + 38) + \dots + (24 + 26) = 50 \cdot 12 = 600.$$

Dar suma numerelor trebuie să fie 599, prin urmare, din unul dintre numere trebuie scăzut 1.

Dacă scădem din oricare dintre numere, în afară de 11, 16, 21, 26, 31 și 36 obținem două numere egale, ceea ce nu este posibil.

Dacă scădem din oricare dintre numerele 11, 16, 21, 26, 31 sau 36 obținem un număr care se divide cu 5.