Se consideră un triunghi ABC cu $m(\angle BAC) = 120°$. Dacă D, E, F sunt picioarele bisectoarelor unghiurilor $\angle BAC$, $\angle CBA$, respectiv $\angle ACB$, arătaţi că unghiul EDF este drept.

Olimpiadă Marea Britanie, 2005

Soluţie. Fie punctul $T \in (BD)$ intersecţia bisectoarei unghiului $\angle BAD$ cu BC. Deoarece $m(\angle TAC) = m(\angle TAD) + m(\angle DAC) = 90°$, rezultă că $(AC$ este bisectoarea exterioară a unghiului $\angle BAD$. Cum $(BE$ este bisectoarea unghiului $\angle ABD$, rezultă că $(DE$ este bisectoarea exterioară a unghiului $\angle ADB$. Analog se arată că $(DF$ este bisectoarea unghiului $\angle ADB$, de unde concluzia.

Observaţie. O altă abordare, calculatorie, constă în a calcula, în funcţie de lungimile laturilor triunghiului, folosind teorema bisectoarei, segmentele determinate de D, E, F pe laturile triunghiului, apoi, cu teorema cosinusului, a lungimilor segmentelor $[DE]$, $[DF]$ şi $[EF]$ şi în folosirea reciprocii teoremei lui Pitagora pentru stabilirea concluziei. Calculele sunt însă laborioase şi metoda indicată depăşeşte poate nivelul actual de cunoştinţe al unui elev de clasa a VII-a.