Problema 1. Fie n un număr natural nenul. Comparaţi numerele $a = (-2)^{1+3+5+...+(2n+1)}$ şi $b = (-2)^{2+4+6+...+2n}$.

* * *

Soluţie: Calculăm cele două sume de la exponenţi.

$$1 + 3 + 5 + ... + (2n + 1) = (n + 1)^2$$

şi

$$2 + 4 + 6 + ... + 2n = n(n + 1).$$

Atunci $a = (-2)^{(n+1)^2}$ şi $b = (-2)^{n(n+1)}$

Numărul $n(n + 1)$ este par deoarece este produs de numere consecutive. Înseamnă că

$$b = 2^{n(n+1)}$$

Dacă $n + 1$ este par, adică n este impar, atunci

$$a = 2^{(n+1)^2}$$

Cum $(n + 1)^2 > n(n + 1)$, deducem că

$$a > b$$

Dacă $n + 1$ este impar, adică n este par, atunci

$$a = -2^{(n+1)^2}$$

şi este un număr negativ.

În această situaţie

$$a < b$$