Problema 3
Etapa 5
Clasa a VIII-a

Problema 3. Fie ABC un triunghi oarecare, cu $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ şi $p = \dfrac{a+b+c}{2}$. Arătaţi că:

a) $\dfrac{p-a}{p-c} + \dfrac{p-b}{p-a} + \dfrac{p-c}{p-b} - \dfrac{p-a}{b} - \dfrac{p-b}{c} - \dfrac{p-c}{a} \geqslant \dfrac{2p^2}{a^2+b^2+c^2}$.

b) triunghiul ABC este echilateral, dacă şi numai dacă are loc egalitatea $\dfrac{p-a}{p-c} + \dfrac{p-b}{p-a} + \dfrac{p-c}{p-b} - \dfrac{p-a}{b} - \dfrac{p-b}{c} - \dfrac{p-c}{a} = \dfrac{2p^2}{a^2+b^2+c^2}$.