

Problemă. Să se determine suma numerelor pare cuprinse între $x^2 - x + 1$ și $x^2 + x + 1$ unde x este număr natural nenul.

Soluție Observăm că $x^2 - x + 1 = x \cdot (x - 1) + 1$ iar $x^2 + x + 1 = x \cdot (x + 1) + 1$, adică cele două numere sunt impare. Astfel dintre numerele pare cuprinse între cele două numere considerate, cel mai mic și respectiv cel mai mare sunt: $x^2 - x + 2$ și $x^2 + x$. Acum dacă calculăm suma, obținem $S = (x^2 - x + 2) + (x^2 - x + 4) + \dots + (x^2 + x) = x(x^2 - x) + 2(1 + 2 + \dots + x) = x(x^2 - x) + x(x + 1) = x(x^2 - x + x + 1) = x(x^2 + 1)$