

Problema 2. Să se demonstreze că fracția

$$F = \frac{1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{119}}{1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{119}}$$

este reductibilă.

Mihai Bunget, Tg. Jiu

Soluție: Avem

$$F = \frac{(1 + 2 + 2^2) + (2^3 + 2^4 + 2^5) + \dots + (2^{117} + 2^{118} + 2^{119})}{(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5) + (3^6 + 3^7 + 3^8 + 3^9 + 3^{10} + 3^{11}) + \dots + (3^{114} + 3^{115} + 3^{116} + 3^{117} + 3^{118} + 3^{119})} =$$

$$\frac{7 + 2^3 \cdot 7 + \dots + 2^{117} \cdot 7}{364 + 3^6 \cdot 364 + \dots + 3^{114} \cdot 364} = \frac{7 \cdot (1 + 2^3 + \dots + 2^{117})}{364 \cdot (1 + 3^6 + \dots + 3^{114})},$$

iar aceasta se simplifică prin 7.