Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia

$$(x^2 + y^2)^3 = (x^3 - y^3)^2.$$

* * *

**Soluţie.** Ecuaţia se scrie echivalent $x^6 + 3x^4y^2 + 3x^2y^4 + y^6 = x^6 - 2x^3y^3 + y^6$, adică $3x^4y^2 + 3x^2y^4 + 2x^3y^3 = 0$, sau încă $x^2y^2(3x^2 + 2xy + 3y^2) = 0$. Rezultă că fie $x = 0$, fie $y = 0$, fie $3x^2 + 2xy + 3y^2 = 0$. Ultima ecuaţie se poate scrie sub forma $2x^2 + (x+y)^2 + 2y^2 = 0$ şi are unica soluţie $x = y = 0$. Prin urmare soluţiile ecuaţiei sunt: $x = 0,\ y \in \mathbb{R}$ şi $y = 0,\ x \in \mathbb{R}$.