P4. Fie $ABCD$ un tetraedru tridreptunghic în A şi O piciorul înălțimii din A pe planul BCD .Ştiind că $AB, AC, AD \in \mathbb{N}^*$ şi există $F \in AO$ astfel încât $\measuredangle ABF \equiv \measuredangle AEF$, unde E este intersecția între BO şi CD, să se arate că $CD \in \mathbb{N}^*$. Dați un exemplu de tetraedru care satisface toate cerințele problemei.

S. Deoarece tetraedrul este tridreptunghic, se ştie că O este ortocentrul triunghiului BCD.

În mod evident avem $BA \perp AE$. Dacă O nu este mijlocul segmentului BE, atunci construim B_1 simetricul punctului B față de O. Deducem că patrulaterul AFB_1C este inscriptibil şi de aici rezultă că $\measuredangle EAF \equiv \measuredangle FB_1O \equiv \measuredangle OBF \equiv \measuredangle ABE$, de unde $F = A$. De aici deducem că $AB = AE$. În final să observăm că $AB = \dfrac{AC \cdot AD}{CD}$, de unde $CD \in \mathbb{N}$. Un exemplu concret de asemenea tetraedru este: $AC = 15, AD = 20, AB = 12$.