

Problema 1. Fie a și b două numere naturale nenule. Demonstrați că 13 divide $a + 3b$ dacă și numai dacă 13 divide $6a + 5b$.

* * *

Soluție: Notând $A = a + 3b$ și $B = 6a + 5b$ avem $A + 2B = 13a + 13b = 13(a + b)$, de unde concluzia că $13 \mid A + 2B$.

Dacă $13 \mid A$, cum $13 \mid A + 2B$ rezultă că $13 \mid A + 2B - A$, adică $13 \mid 2B$.

Deoarece $13 \nmid 2$ obținem $13 \mid B$

Dacă $13 \mid B$ atunci $13 \mid 2B$. Cum $13 \mid A + 2B$ deducem că $13 \mid A + 2B - 2B$, adică $13 \mid A$.