

Problema 2. Se consideră șirul de numere
 $1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, \dots, \underbrace{1, 1, 1, \dots, 1}_{de\ n\ ori}, \underbrace{0, 0, 0, \dots, 0}_{de\ n\ ori}, \dots$

Ce număr se află pe poziția 2024?

* * *

Soluție: Putem privi șirul astfel

$$\underbrace{1, 0}_{1}, \underbrace{1, 1, 0, 0}_{2}, \underbrace{1, 1, 1, 0, 0, 0}_{3}, \dots, \underbrace{1, 1, 1, \dots, 1, 0, 0, 0, \dots, 0}_{n}$$

și să numim prima acoladă *secvența 1*, a doua acoladă *secvența 2* și așa mai departe, ultima acoladă *secvența n*. Numărul de poziții până la secvența *n*, inclusiv este

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$$

Cum

$$44 \cdot 45 = 1980 < 2024 < 45 \cdot 46 = 2070$$

deducem că poziția 2024 se află în secvența 45.

Până la secvența 44 inclusiv avem $44 \cdot 45 = 1980$ de poziții.

Până la poziția 2024 mai lipsesc $2024 - 1980 = 44$ de poziții.

Cum în secvența 45 primele 45 de poziții sunt ocupate de 1, deducem că pe poziția 2024 avem numărul 1.