

Problema 1. Fie x, y două numere reale pozitive care verifică relația $xy + 20x + 23y = 216$. Să se arate că $x + y \geq 9$. Determinați valorile lui x și y pentru care se obține egalitatea.

Prof. Popescu Luminița

Soluție

Relația $xy + 20x + 23y = 216$ este echivalentă cu $(x + 23)(y + 20) = 676$.
Aplicând inegalitatea mediilor pentru numerele $x + 23$ și $y + 20$ obținem

$$26 = \sqrt{(x + 23)(y + 20)} \leq \frac{x + y + 43}{2}$$

de unde avem $x + y \geq 9$.

Se obține egalitatea pentru $x + 23 = y + 20 = 26$, deci $x = 3, y = 6$.