

### Etapa 1, Problema 2

Un tablou dreptunghiular cu  $m$  linii și  $n$  coloane este completat cu  $m \cdot n$  numere reale; notăm cu  $a_{ij}$  numărul aflat la intersecția liniei  $i$  cu coloana  $j$ , unde  $1 \leq i \leq m$ ,  $1 \leq j \leq n$ . Arătați că

$$\min_{1 \leq j \leq n} \left( \max_{1 \leq i \leq m} a_{ij} \right) \geq \max_{1 \leq i \leq m} \left( \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij} \right).$$

Există tablouri pentru care inegalitatea este strictă?

\*\*\*

### Soluție.

Avem:

$$\begin{aligned} \max_{1 \leq i \leq m} a_{ij} &\geq a_{ij}, \forall 1 \leq j \leq n \Rightarrow \\ \min_{1 \leq j \leq n} \left( \max_{1 \leq i \leq m} a_{ij} \right) &\geq \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij}, \forall 1 \leq i \leq m \Rightarrow \\ \min_{1 \leq j \leq n} \left( \max_{1 \leq i \leq m} a_{ij} \right) &\geq \max_{1 \leq i \leq m} \left( \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij} \right). \end{aligned}$$

Pentru tabloul

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \end{pmatrix},$$

inegalitatea din enunț este strictă (revine la  $4 > 2$ ).