Problema 4. Un profesor de matematică scrie pe tablă un număr natural nenul n şi le cere celor treizeci de elevi ai săi să indice divizori proprii distincţi ai numărului n. Unul dintre elevi declară că n este divizibil cu 2. Al doilea elev afirmă că n este divizibil cu 3, al treilea că n este divizibil cu 4 şi aşa mai departe, până la al treizecelea, care declară că n este divizibil cu 31.

Profesorul observă că doar două din cele treizeci de afirmaţii făcute de elevii săi sunt false şi, mai mult, că acestea au fost făcute una după alta. Care au fost cele două afirmaţii false?

Rezolvare: Elevii care au propus ca divizori nr $2, 3, 4, \ldots, 14, 15$ nu pot greși deoarece ar greși și elevii care au propus ca divizori multiplii ai acestor nr, deci vor fi cel puțin 2 elevi care ar fi făcut o afirmație falsă, și acestea nu ar fi una după alta (ex: pt 2, avem și cazurile $4, 6, 8, \ldots, 30$; pt 3, avem $6, 9, \ldots, 30$; $\ldots$; pt 15 avem 30).

Rămân de analizat divizorii de la 16 la 31.

Deoarece $n \vdots 2$ și $n \vdots 9$, $(2,9)=1 \Rightarrow n \vdots 18$

$n \vdots 4$ și $n \vdots 5$, $(4,5)=1 \Rightarrow n \vdots 20$

$n \vdots 2$ și $n \vdots 11$, $(2,11)=1 \Rightarrow n \vdots 22$

$n \vdots 3$ și $n \vdots 8$, $(3,8)=1 \Rightarrow n \vdots 24$

$n \vdots 2$ și $n \vdots 13$, $(2,13)=1 \Rightarrow n \vdots 26$

$n \vdots 7$ și $n \vdots 4$, $(7,4)=1 \Rightarrow n \vdots 28$

$n \vdots 3$ și $n \vdots 10$, $(3,10)=1 \Rightarrow n \vdots 30$.

Deoarece cele 2 afirmații false sunt consecutive, deducem că n este divizibil cu $19, 21, 23, 25, 27, 29, 31$ deoarece se află între 2 afirmații adevărate.

Au mai rămas afirmațiile consecutive: $n \vdots 16$, $n \vdots 17$, care vor fi false.

Așadar $n \not\vdots\, 16$ și $n \not\vdots\, 17$.

Achim Alexia
clasa a VI-a
C.N.I.T.V.