

**Problemă.** Arătați că numărul  $\overline{abcd}$  se divide cu 91 dacă și numai dacă  $9 \cdot \overline{ab} + \overline{cd}$  se divide cu 91.

\* \* \* \*

**Soluție** Avem

$$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$$

sau

$$\overline{abcd} = (91 \cdot 10 + 90)a + (91 + 9)b + 10c + d.$$

Ultima relație se mai scrie

$$\overline{abcd} = 910a + 91b + 90a + 9b + 10c + d$$

sau

$$\overline{abcd} = (910a + 91b) + (9 \cdot \overline{ab} + \overline{cd}).$$

Cum  $910a + 91b$  se divide cu 91 deducem că  $\overline{abcd}$  se divide cu 91 dacă și numai dacă  $9 \cdot \overline{ab} + \overline{cd}$  se divide cu 91.

*(Dacă  $\overline{abcd}$  se divide cu 91, cum  $910a + 91b$  se divide cu 91, rezultă că și diferența lor se divide cu 91. Dar diferența lor este  $9 \cdot \overline{ab} + \overline{cd}$ . Așadar,  $9 \cdot \overline{ab} + \overline{cd}$  se divide cu 91.)*

*Dacă  $9 \cdot \overline{ab} + \overline{cd}$  se divide cu 91, cum  $910a + 91b$  se divide cu 91 rezultă că și suma lor se divide cu 91. Dar suma lor înseamnă  $\overline{abcd}$ . Așadar,  $\overline{abcd}$  se divide cu 91.)*