Etapa 2, Problema 2

Se consideră numerele complexe nenule u, v astfel încât $\frac{u}{v} \notin \mathbb{R}$. Demonstraţi că oricare ar fi numărul $z \in \mathbb{C}$, există şi sunt unice numerele reale α, β astfel încât

$$z = \alpha u + \beta v.$$

***

Soluţie.

În planul complex, considerăm punctele $A(u)$ şi $B(v)$. Condiţia $\frac{u}{v} \notin \mathbb{R}$ arată că vectorii $\overrightarrow{OA}$ şi $\overrightarrow{OB}$ sunt necoliniari, deci formează o bază în plan. Oricare ar fi numărul complex z, vor exista şi vor fi unice coordonatele vectorului $\overrightarrow{OM}$ (unde M este punctul de afix z) în baza $\left\{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right\}$, de unde concluzia problemei.