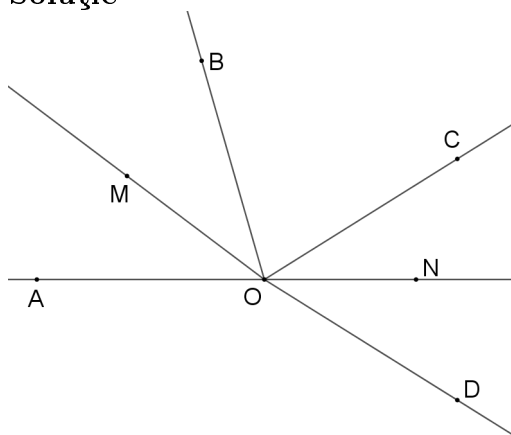


Problema 4. Unghiurile AOB și COD sunt neadiacente și au interioarele disjuncte, iar semidreapta OB este bisectoarea unghiului AOC . Măsura unghiului AOB este cu 10° mai mare decât măsura unghiului COD , iar măsura unghiului format de bisectoarele OM și ON ale unghiurilor AOB , respectiv COD este cu 5° mai mică decât măsura unghiului AOD .

Arătați că punctele A, O, N sunt coliniare.

Adrian Bud, Negrești Oaș

Soluție



Trebuie să arătăm că $\sphericalangle AON = 180^\circ$.

Notăm măsura unghiului COD cu $2x$ și atunci

$$\sphericalangle AOB = \sphericalangle BOC = 2x + 10^\circ.$$

din "măsura unghiului AOB este cu 10° mai mare decât măsura unghiului COD " și "semidreapta OB este bisectoarea unghiului AOC ."

Deoarece OM este bisectoarea unghiului AOB avem,

$$\sphericalangle AOM = \sphericalangle MOB = x + 5^\circ,$$

iar pentru că ON este bisectoarea unghiului COD avem,

$$\sphericalangle CON = \sphericalangle NOC = x.$$

Acum

$$\sphericalangle MON = \sphericalangle MOB + \sphericalangle BOC + \sphericalangle CON$$

adică,

$$\sphericalangle MON = x + 5^\circ + 2x + 10^\circ + x = 4x + 15^\circ.$$

Pe de altă parte

$$\sphericalangle AOD = 360^\circ - (\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC + \sphericalangle COD)$$

adică,

$$\sphericalangle AOD = 360^\circ - (2x + 10^\circ + 2x + 10^\circ + 2x)$$

sau

$$\sphericalangle AOD = 360^\circ - (6x + 20^\circ).$$

Se știe că măsura unghiului MON este cu 5° mai mică decât măsura unghiului AOD . Asta înseamnă că

$$\sphericalangle MON = \sphericalangle AOD - 5^\circ$$

adică,

$$4x + 15^\circ = 360^\circ - (6x + 20^\circ) - 5^\circ$$

sau

$$4x + 15^\circ + 6x + 20^\circ = 355^\circ.$$

De aici obținem

$$10x = 320^\circ$$

și atunci

$$x = 32^\circ.$$

Acum

$$\sphericalangle AON = \sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC + \sphericalangle CON$$

adică,

$$\sphericalangle AON = 2x + 10^\circ + 2x + 10^\circ + x = 5x + 20^\circ.$$

Cum $x = 32^\circ$ obținem

$$\sphericalangle AON = 5 \cdot 32^\circ + 20^\circ = 180^\circ$$

adică, punctele A , O , N sunt coliniare.