

SOLUȚIE

Problema 2. Se iau la întâmplare 10 numere naturale de două cifre, cu cifre diferite. Dacă suma lor este 153, arătați că cel puțin două dintre numere sunt egale.

* * *

Soluție: Presupunem că toate numerele sunt diferite și alegem cele mai mici 10 numere de două cifre, cu cifre diferite. Alegând orice alte 10 numere obținem o sumă mai mare.

Suma lor este

$$10 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20 = 154$$

Din problemă, suma trebuie să fie 153, deci unul dintre numere trebuie micșorat cu 1.

Dacă îl micșorăm pe 10 obținem un număr de o cifră; incorect.

Dacă îl micșorăm pe 12 obținem un număr cu două cifre identice; incorect.

Dacă micșorăm oricare dintre celelalte numere obținem două numere egale.