

PROBLEME DE NUMĂRARE

ABSTRACT. Articolul prezintă câteva modalități de a realiza numărarea unor situații.

Lecția se adresează clasei a IV-a.

Autor: Ion Cicu, Profesor, Școala nr. 96, București

De la început trebuie să remarcăm faptul că problemele de numărare sunt în general probleme care nu se adresează unei clase anume. În cele mai multe cazuri rezolvarea unei probleme de numărare nu necesită cunoștințe foarte avansate de matematică. Pentru o mai bună înțelegere a temei vom rezolva împreună câteva probleme de acest gen pe care le vom comenta.

Problema 1: La începutul programului casiera de la casa de bilete a unui teatru constată că primul bilet vândut are numărul 25437. La sfârșitul programului aceasta constată că ultimul bilet vândut are numărul 25643. Câte bilete a vândut casiera?

Soluție: Vom gândi astfel: să presupunem că s-au vândut n bilete și că primul bilet vândut este reprezentat de segmentul din figura de mai jos.



În continuare vom reprezenta prin segmente numerele celorlalte bilete vândute.

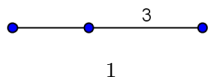
Biletul 2



Biletul 3



Biletul 4



Observând că la biletul 2 adunăm 1, la biletul 3 adunăm 2, la biletul 4 adunăm 3, putem afirma că la biletul n vom aduna $n - 1$.

Biletul n



Cum numărul biletului 1 este 25437, iar numărul biletului n este 25643 înseamnă că $n - 1 = 25643 - 25437$ sau $n - 1 = 206$, de unde $n = 207$.

În concluzie s-au vândut 207 bilete.

Putem acum să răspundem la întrebarea: "Fie a și b două numere naturale, $a < b$. Câte numere naturale avem de la a până la b ?"

Procedând ca în exemplul de mai sus, la întrebarea noastră avem trei răspunsuri.

1. Dacă sunt numărate și numerele a și b , atunci vom avea $b - a + 1$ numere;

2. Dacă este numărat numai unul dintre numerele a și b , atunci vom avea $b - a$ numere;

3. Dacă nu se numără nici a nici b , atunci vom avea $b - a - 1$ numere.

Problema se poate rezolva asemănător și în cazul în care numerele nu sunt consecutive, dar cresc cu aceeași valoare, r . În acest caz, dacă a și b sunt primul, respectiv ultimul număr din secvență, atunci numărul de numere este egal cu $(b - a) : r + 1$.

Exemplu: Avem numerele 3; 7, 11; 15, ..., 51. Câte numere sunt în această secvență?

Se observă că, începând cu al doilea, fiecare număr este cu 4 mai mare decât precedentul. Atunci numărul de numere din secvență va fi $(51 - 3) : 4 + 1$, adică 13.

Problema 2: Câte numere de trei cifre se pot forma astfel încât cifra sutelor să fie 2, 4, 5 sau 7, cifra zecilor să fie 3 sau 5, iar cifra unităților să fie 0, 1, 2, 3 sau 4?

Soluție: Gândim astfel. Cifra sutelor poate avea 4 valori: 2, 4, 5 sau 7. Pentru o valoare a cifrei sutelor (să zicem 2) cifra zecilor poate avea 2 valori: 3 sau 5. Înseamnă că atunci când am fixat și cifra sutelor și cifra zecilor avem 4×2 numere. Pentru fiecare dintre aceste numere cifra unităților poate avea 5 valori: 0, 1, 2, 3 sau 4. Rezultă că în total sunt $4 \times 2 \times 5$ numere, adică 40 de numere.

Problema de mai sus ne arată că dacă avem de efectuat mai multe operații succesive (O_1, O_2, \dots, O_p) și fiecare operație poate fi efectuată într-un număr de moduri (O_1 în m_1 moduri, O_2 în m_2 moduri, ..., O_p în m_p moduri), atunci succesiunea tuturor operațiilor poate fi efectuată în $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_p$ moduri.

În problema prezentată mai sus operațiile succesive sunt: O_1 : înlocuirea cifrei sutelor, iar numărul de moduri este $m_1 = 4$, O_2 : înlocuirea cifrei

zecilor, iar numărul de moduri este $m_2 = 2$ și O_3 : înlocuirea cifrei unităților, iar numărul de moduri este $m_3 = 5$.

Problema 3: Un ogar aleargă pe o pistă ca cea din figura de mai jos. La fiecare salt parcurge 4 căsuțe. În care căsuță se va afla după 157 de salturi?

I	H	G	F	E	D
J					C
K					B
L					A
M	N	O	P	Q	START

Soluție: Ne gândim că pentru o numărare mai rapidă ar fi minunat ca după un număr de salturi ogarul să ajungă din nou în căsuța de start. Să vedem dacă acest lucru se întâmplă. La saltul 1 ogarul este în căsuța *D*; la saltul 2 se află în căsuța *H*; la saltul 3 se află în căsuța *L*; la saltul 4 se află în căsuța *P*; la saltul 5 se află în căsuța *B*; la saltul 6 se află în căsuța *F*; la saltul 7 se află în căsuța *J*; la saltul 8 se află în căsuța *N*; la saltul 9 se află în căsuța *START*. Deci, la fiecare 9 salturi ogarul revine în căsuța *START*. Atunci ne întrebăm de câte ori se cuprinde 9 în 157? În urma împărțirii $(157:9)$ obținem câtul 17 și restul 4. Asta înseamnă că ogarul face 17 ture de câte 9 salturi și apoi mai face 4 salturi. După cele 17 ture se va afla în căsuța *START*. Acum, până la cel de-al 157-lea salt mai are de efectuat 4 salturi. Deci se va afla în căsuța *P*.

Să remarcăm că, la acest gen de problemă, munca ne-a fost ușurată de faptul că fenomenul se repetă după un număr de pași, adică se ajunge în situația de la care s-a pornit.

Bibliografie:

- [1] Ghioca A, Cojocaru L, Matematica gimnazială dincolo de manual, Editura GIL, 2005
- [2] Schwarz D, Popa G, Probleme de numărare, Editura GIL, 2007