Etapa finală, Ediția a XIII-a, 2022

Clasa a VII-a

Problema 2. Considerăm triunghiul ABC cu $\sphericalangle A = 20^\circ$ şi $\sphericalangle C = 40^\circ$. Mediatoarea laturii (BC) intersectează dreapta AB în N, iar mediatoarea segmentului (AN) intersectează dreapta AC în E. Determinaţi $\sphericalangle BEN$.

Adrian Bud, Negreşti-Oaş
Viitori Olimpici, etapa a 6-a

Soluţie:

Unghiul $\sphericalangle CBN$ este exterior triunghiului CBA, deci $\sphericalangle CBN = 20^\circ + 40^\circ$ şi, cum $NB = NC$, deducem că triunghiul CBN este echilateral (1). **2p**

Unghiul $\sphericalangle CEN$ este exterior triunghiului isoscel AEN, deci $\sphericalangle CEN = 2 \cdot 20^\circ = 40^\circ$. Apoi $\sphericalangle ECN = \sphericalangle ECB + \sphericalangle BCN = 40^\circ + 60^\circ = 100^\circ$ şi astfel $\sphericalangle CNE = 180^\circ - 40^\circ - 100^\circ = 40^\circ = \sphericalangle CEN$, deci triunghiul ECN este isoscel. **3p**

Atunci $EC = CN$, din relaţia (1) $CN = CB$, aşadar $EC = CB$, de unde triunghiul ECB este isoscel. **1p**

Prin urmare $\sphericalangle BEC = \dfrac{1}{2} \cdot (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$ şi obţinem $\sphericalangle BEN = \sphericalangle BEC - \sphericalangle CEN = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$. **1p**