P3. Fie $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, iar $\alpha, \beta \in S_n$ două permutări oarecare de grad n. Arătaţi că există k transpoziţii $t_1, t_2, \ldots, t_k \in S_n$, unde $k \in \mathbb{N}$, $k \leq n-1$, astfel încât $\alpha t_1 t_2 \ldots t_k = \beta$.

S. Pentru orice ciclu $c = (i_1, i_2, \ldots, i_l)$ are loc egalitatea

$$c = (i_1, i_l)(i_1, i_{l-1}) \ldots (i_1, i_3)(i_1, i_2). \qquad (1)$$

Fie $\alpha^{-1}\beta = c_1 c_2 \ldots c_m$ descompunerea în produs de cicluri disjuncte a permutării $\alpha^{-1}\beta$. Ţinând cont de (1) de mai sus există atunci $k = l(c_1) - 1 + l(c_2) - 1 + \ldots + l(c_m) - 1 = n - m \leq n - 1$ transpoziţii $t_1, t_2, \ldots, t_k$ astfel încât $\alpha^{-1}\beta = t_1 t_2 \ldots t_k$. Aceasta demonstrează afirmaţia din enunţ.