

Concursul Gazeta Matematică și
ViitoriOlimpici.ro, Ediția a XVI-a, Etapa 5

Barem - Clasa a VIII-a

1. Fie x și y numere reale cu proprietatea că $|x-3| + \sqrt{y^2 + 6y + 9} = 0$. Atunci x^y este:

- 27
- $\frac{1}{27}$
- -27
- $-\frac{1}{27}$
- 3

2. Cel mai apropiat întreg de numărul $a = \sqrt{2021 \cdot 2023}$ este:

- 2020
- 2021
- 2022
- 2023
- 2024

3. Numărul 0,2022 se află în intervalul:

- $[0, \frac{1}{10}]$
- $[\frac{1}{10}, \frac{1}{5}]$
- $[\frac{1}{5}, \frac{1}{4}]$
- $[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}]$
- $[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$

4. Se consideră piramida regulată $VABC$, unde G_1 este centrul de greutate al triunghiului VAB , iar G_2 este centrul de greutate al triunghiului VAC . Dacă $G_1G_2 = 2$ cm, atunci aria triunghiului ABC este:

- $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ cm²
- $9\sqrt{3}$ cm²
- $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ cm²
- $\frac{9}{4}$ cm²
- $\frac{9}{2}$ cm²

5. Suma cifrelor a și b pentru care numărul $\sqrt{2, \overline{(a)} + 3, \overline{(b)}}$ este rațional, este:

- 2
- 3
- 4
- 5
- 6

6. Dacă $x \in [-3, 1]$ și $\frac{|x|}{|x-1|+|x+3|} = 0$, (5), atunci $-\frac{1}{x}$ se află în intervalul:

- $(-\frac{1}{2}, 0)$
- $(\frac{1}{2}, 1)$
- $(-1, -\frac{1}{2})$
- $(0, \frac{1}{2})$
- $(\frac{3}{2}, 2)$

7. Se consideră punctele distincte A, B, C, D, E, F , oricare trei necoliniare, situate într-un plan α și un punct P în afara planului α . Dacă a este numărul dreptelor determinate de câte două dintre cele șapte puncte și b este numărul planelor determinate de câte trei dintre cele șapte puncte, atunci $a + b$ este:

- 22
- 23
- 36
- 37
- 56

8. Dacă $x^2 + 5y^2 - 2xy - 12y + 9 = 0$, atunci $x + y$ este:

- 4
- 3
- 5
- 2, 5
- 1, 5

9. Fie cubul $ABCD A' B' C' D'$. Atunci cosinusul unghiului format de dreptele AB și $A'C$ este:

- $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- $\frac{\sqrt{2}}{3}$

10. Valoarea numărului real $\sqrt{4 + \sqrt{8}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$ este egală cu:

- 2
- $\sqrt{2}$
- 1
- 4
- $2\sqrt{2}$

11. Fie intervalul $I = (a, b)$, unde $a, b \in \mathbb{R}$. Dacă $I \cap \mathbb{Z} = \{2021, 2022\}$ și $E = |a - 2020| + |b - 2023| + |a - b|$, atunci expresia E este egală cu:

- 0
- 1
- 2
- 4
- 3

12. Fie mulțimea $A = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z} \text{ și } |x - 2y + 3| + |x + 2y - 3| < 2\}$. Cardinalul mulțimii A este egal cu:

- 1
- 4
- 2
- 3
- 0

13. Câte numere întregi n există, pentru care $4n^4 + 1$ este număr prim?

- 0
- 1
- 2
- 3
- 4

14. Se consideră pătratul $ABCD$ și un punct P situat pe perpendiculara în D pe planul pătratului. Dacă E, F și G sunt proiecțiile lui D pe PA, PB , respectiv PC , atunci $\left(\frac{EA}{EP} + \frac{GC}{CP}\right) \cdot \frac{FP}{FB}$ este egal cu:

- 1
- 2
- $\frac{1}{2}$
- $\sqrt{2}$
- $\frac{3}{2}$

15. Câte elemente are mulțimea $A = \{\overline{ab} \mid \sqrt{ab} + \sqrt{b} \in \mathbb{N}\}$?

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

16. În tetraedrul regulat $ABCD$, notăm cu M mijlocul muchiei BD . Atunci cosinusul unghiului format de dreptele CM și AD este:

- $\frac{\sqrt{3}}{6}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- $\frac{\sqrt{3}}{2}$

17. Trei fețe ale unui paralelipiped dreptunghic au lungimile diagonalelor direct proporționale cu numerele $\sqrt{3}$, 2 , $\sqrt{5}$. Știind că lungimea diagonalei paralelipipedului este 6 cm, produsul celor trei dimensiuni ale paralelipipedului, în cm^3 , este:

- un număr irațional
- un număr natural cub perfect
- un număr natural prim
- un număr rațional neîntreg
- **un număr natural pătrat perfect**

18. Fie $x, y \in \mathbb{R}$ cu $y \in [-1, 3)$ și $x - y + 1 = 0$. Cel mai apropiat număr întreg de numărul $\sqrt{x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13} + \sqrt{x^2 + y^2 + 4x + 2y + 5}$ este:

- 3
- 4
- 5
- **6**
- 7

19. O furnică pornește din punctul A și se deplasează pe baza $ABCD$ a unei piramide patrulateră regulată $VABCD$, apoi pe fața laterală VBC , intersectând muchia BC în punctul M , diferit de B și C și se oprește în vârful V . Dacă toate muchiile piramidei au lungimea de 4 dm, iar lungimea drumului parcurs de furnică este minimă, lungimea segmentului BM este:

- $8 - 4\sqrt{3}$ dm
- $2 + \sqrt{3}$ dm
- 2 dm
- $4 - \sqrt{3}$ dm
- $\frac{4+\sqrt{3}}{2}$ dm

20. Maximul expresiei $E(x) = \frac{2x^2 - 8x + 17}{x^2 - 4x + 7}$, unde $x \in \mathbb{R}$, este:

- 5
- 4
- 1
- 3
- 2

21. Fie $SABC$ o piramidă triunghiulară regulată, cu baza ABC și M mijlocul muchiei AC . Dacă măsura unghiului $\sphericalangle BSM$ este 90° , atunci unghiul format de planele (SAB) și (SMB) este egal cu:

- 30°
- 45°
- 60°
- 90°
- 15°

22. Fie cubul $ABCD A' B' C' D'$. Atunci măsura unghiului format de dreptele AC' și $A'B$ este:

- 30°
- 45°
- 60°
- 90°
- 15°

23. Fie x, y, z numere reale pozitive pentru care $[x] \cdot y \cdot z = \frac{5\sqrt{6}}{6}$, $x \cdot [y] \cdot z = \frac{\sqrt{15}}{2}$, $x \cdot y \cdot [z] = \frac{\sqrt{10}}{2}$, unde $[b]$ este partea întreagă a numărului b . Atunci $[x^2 + y^2 + z^2]$ este:

- 1
- 3
- 4
- 7
- 5

24. Fie cubul $ABCD A' B' C' D'$ și M, N, P mijloacele muchiilor AB, AD , respectiv AA' . Atunci măsura unghiului format de dreapta $A'C'$ cu dreapta de intersecție a planelor (MNP) și (BCC') este:

- 30°
- 45°
- 60°
- 90°
- 15°