

**P2.** Pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ , fie  $d_n$  numărul permutărilor de grad  $n$  fără puncte fixe.

a) Arătați că  $d_n = n \cdot d_{n-1} + (-1)^n$  și  $d_{n+1} = n(d_n + d_{n-1})$ , pentru orice  $n \geq 2$ .

b) Determinați

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d_n}{n!}.$$

c) Arătați că

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n}{n!} x^n = \frac{e^{-x}}{1-x}, \quad (\forall) x \in (-1, 1).$$