Problemă. Arătaţi că oricare ar fi patru numere naturale având forma

$$2^{n^2+n} + 3^{n^2+3n} + 4^{n^2+5n},$$

cu n număr natural nenul, există cel puţin două a căror diferenţă să se dividă cu 10.

* * *

Soluţie: Numerele $n^2 + n$, $n^2 + 3n$ şi $n^2 + 5n$ sunt numere pare fiind sume a două numere de aceeaşi paritate.

Notând $u(a)$ cifra unităţilor lui a avem:

$$u\left(2^{n^2+n}\right) \in \{4; 6\}$$

$$u\left(3^{n^2+3n}\right) \in \{1; 9\}$$

$$u\left(4^{n^2+5n}\right) \in \{6\}$$

.

Atunci

$$u\left(2^{n^2+n} + 3^{n^2+3n} + 4^{n^2+5n}\right) \in \{1; 9; 3\}$$

Acum, conform principiului cutiei, avem 4 numere şi 3 resturi posibile, deci două dintre numere au acelaşi rest.

Rezultă că diferenţa lor este divizibilă cu 10.