Problema 4.

Fie a, b numere naturale astfel încât $b > a \geq 2$. Știind că $a+k$ e prim cu $b+k$, pentru orice $k \in \{1, 2, \ldots, b-a\}$, arătați că a și b sunt consecutive.

Aurel Bârsan

Soluţie:

Fie $n = b-a$. Avem $(a+k, b+k) = (a+k, b+k-a-k) = (a+k, n) = 1$, oricare ar fi $k = 1, 2, \ldots, n$.

Secvența $a+1, a+2, \ldots, a+n$ are n numere consecutive, rezultă că unul dintre ele se divide cu n. Atunci $n = 1$, altfel n nu ar fi prim cu acesta, deci a și b sunt consecutive și satisfac cerința.