

Clasa a VII-a

Problema 1. Fie $n \geq 2$ un număr natural. Se consideră $2n$ bile. Pe fiecare din aceste bile este scris câte un număr. Presupunem că, oricum am grupa aceste $2n$ bile în n perechi, există două perechi care au aceeași sumă.

- (a) Arătați că pe patru dintre bile este scris același număr.
- (b) Arătați că pe bile sunt scrise cel mult $n - 1$ numere distincte.

VII TORIOLIMPICI.RO

Problema 2. Fie $ABCD$ un pătrat. Fie E simetricul lui A față de B . Pe diagonala BD se consideră punctul F astfel încât $m(\angle AEF) = 15^\circ$. Bisectoarea $\angle FEC$ intersectează BC în M și CD în N . Arătați că:

- a) punctele A, F, M sunt coliniare;
- b) triunghiul CNF este echilateral.

Problema 3. Determinați cea mai mică constantă $c > 0$ pentru care avem proprietatea:

pentru orice $m, n \in \mathbb{N}$ este adevărată inegalitatea

$$|\sqrt{m^2 + 1} - \sqrt{n^2 + 1}| \leq c|m - n|.$$