Etapa 4, Problema 1
Rezolvaţi în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ecuaţia

$$x^2 + 2x \sin xy + 1 = 0.$$

***

Soluţie.
Ecuaţia dată se scrie sub forma

$$x^2 + 2x \sin xy + \sin^2 xy + \cos^2 xy = 0 \Longleftrightarrow (x - \sin xy)^2 + \cos^2 xy = 0.$$

Pătratele numerelor reale fiind nenegative, rezultă că $x - \sin xy = \cos xy = 0$. Egalitatea $\cos xy = 0$ implică $\sin xy = \pm 1$, prin urmare $x = \pm 1$. Obţinem astfel că soluţiile ecuaţiei sunt perechile de forma

$$\left(\pm 1, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right),\ k \in \mathbb{Z}.$$