

# Spiridon Colim - ETAPA 6 - CLASA A 10-A

## Problema 3

Cercul lui Euler este cercul circumscris mijloacelor laturilor  $\triangle ABC$ . Astfel, avem că  $N$  aparține semiplanului determinat de dreapta  $N'P'$  care-l conține pe  $A$ ,  $P'H'$  linie mijlocie,  $P'H' \parallel BC$ .  $A$  se află în exteriorul cercului celor 9 puncte.

Dacă, prin absurd,  $A$  este pe cerc sau în interiorul lui, fie  $A'$  pe cerc,  $A' \in \widehat{P'H'}$ .  $m(\widehat{P'A'N'}) \leq m(\widehat{P'AN'})$ .

$AP'H'N'$ -paralelogram  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow m(\widehat{P'AN'}) = m(\widehat{P'MN'})$ .

Iar  $m(\widehat{P'A'N'}) + m(\widehat{P'MN'}) = 180^\circ$

$\Rightarrow 180 \leq 2m(\widehat{P'AN'}) \Rightarrow m(\widehat{P'AN'}) \geq 90^\circ \Rightarrow A$  drept sau obtuz - fals

Cu acestea avem că  $N \in (AD)$  unde  $\angle \Delta = \angle AMN$ .

$AD = \frac{AM}{2}$  și  $AN < AD$ .

Astfel  $2AN < 2AD = AM \Rightarrow$

$\Rightarrow 2AN < AM$

