

Problema 1. Spunem despre un număr natural $n + 1$ că este *dichisit* dacă există numerele naturale nenule a, b și c astfel încât $n = ab + bc + ca$.

- Arătați că $n + a^2 = (a + b)(a + c)$.
- Stabiliți dacă numărul 2021 este dichisit.

Mihai Bunget, Tg. Jiu

Soluție: a) $n + a^2 = ab + bc + ca + a^2 = b(a + c) + a(c + a) = (a + c)(a + b)$.

- Avem $2021 = 43 \cdot 47$.

Pe de altă parte $2021 = 2020 + 1^2$

Din cele două relații deducem că

$$2020 + 1^2 = 43 \cdot 47 = (1 + 42)(1 + 46),$$

adică pentru numărul $n = 2021$ există numerele $a = 1, b = 42$ și $c = 46$ astfel încât $2020 = 1 \cdot 42 + 42 \cdot 46 + 46 \cdot 1$, deci 2021 este dichisit.