

Problema 1. Arătați că nu există numere naturale a și n pentru care $9^{2n} = a^{2n+2} + 2019$.

* * *

Soluție: Ultima cifră a numărului 9^{2n} este 1, oricare ar fi n număr natural.

Pentru ca egalitatea să fie adevărată trebuie ca ultima cifră a numărului a^{2n+2} să fie egală cu 2.

Dar $a^{2n+2} = a^{2(n+1)} = (a^{n+1})^2$, deci este pătratul unui număr natural.

Cum pătratul unui număr natural nu poate avea ultima cifră egală cu 2, deducem că nu există numere naturale a și n pentru care $9^{2n} = a^{2n+2} + 2019$.