

Problema 2. Determinați numerele \overline{ab} pentru care numărul $A = \overline{ab1} - \overline{1ab}$ este pătrat perfect.

* * *

Soluție: Putem scrie

$$A = 10 \cdot \overline{ab} + 1 - 100 - \overline{ab} = 9 \cdot \overline{ab} - 99$$

sau

$$A = 9 \cdot (\overline{ab} - 11).$$

Pentru ca A să fie pătrat perfect trebuie ca $\overline{ab} - 11$ să fie pătrat perfect, adică

$$\overline{ab} - 11 = n^2$$

sau

$$\overline{ab} = n^2 + 11.$$

Deoarece n^2 are cel mult două cifre, rezultă

$$n^2 \in \{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$$

și atunci

$$\overline{ab} \in \{11, 12, 15, 20, 27, 36, 47, 60, 75, 92\}.$$