

Clasa a X-a - Etapa 3 - Problema 2

Enunț: Fie $a, b, c \in \mathbb{C}$ cu $|a| = |b| = |c| = 1$ și $a + b + c = 1$. Calculați $\frac{1}{a^{2017}} + \frac{1}{b^{2017}} + \frac{1}{c^{2017}}$.

Soluție: Fie punctele $A(a), B(b), C(d), D(-1)$. Deducem că punctele A, B, C, D formează un dreptunghi cu centrul în O . Prin urmare avem $a + c = 0$ și $b - 1 = 0$ sau altă situație obținută prin permutare. Atunci $c = -a$, $b = 1$ și evident $\frac{1}{a^{2017}} + \frac{1}{b^{2017}} + \frac{1}{c^{2017}} = 1$.