Problema 4
Etapa 4

Clasa a IX – a

Problema 4. Se consideră un pentagon convex $A_1A_2A_3A_4A_5$. Se numeşte dreaptă *centrată* o dreaptă care trece prin centrul de greutate al triunghiului $A_kA_{k+1}A_{k+2}$ determinat de trei vârfuri consecutive şi prin mijlocul laturii $[A_{k+3}A_{k+4}]$ determinate de celelalte două vârfuri (indicii mai mari decât 5 se consideră modulo 5). Demonstraţi că cele cinci drepte *centrate* sunt concurente.

Nicolae Stăniloiu, Bocşa

Soluţie:

○ Notăm cu *M,N,P,Q,R* mijloacele laturilor $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_5, A_5A_1$ şi cu G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 centrele de greutate ale triunghiurilor $A_1A_2A_3, A_2A_3A_4, ..., A_5A_1A_2$.

○ se deduce astfel că $3\cdot\overrightarrow{A_3G_1} = 2\cdot\overrightarrow{A_3M}, 3\cdot\overrightarrow{A_3G_3} = 2\cdot\overrightarrow{A_3Q}$, deci G_1G_3 şi MQ sunt paralele, iar MG_3 şi QG_1 sunt concurente într-un punct *O*.

○ analog se arată că NG_4, PG_5, RG_2 trec prin acelaşi punct *O*.