

**Problema 4.** Trei copii au la dispoziție 10 piese de plastic numerotate cu cifre de la 0 la 9 pe ambele fețe. Ei se joacă un joc după următoarele reguli:

- primul copil alege o piesă, deci o cifră, o păstrează și trece pe foaia cifra respectivă;

- al doilea alege o piesă, o păstrează și trece pe foaie suma dintre cifra aleasă de el și numărul scris pe foaie de primul copil;

- al treilea alege o piesă, o păstrează și trece pe foaie suma dintre numărul scris de al doilea copil și cifra aleasă de el.

Apoi jocul se reia cu primul copil. Când piesele sunt terminate se reintroduc toate în cutie și jocul se reia de la copilul al cărui rând urma. Jocul este câștigat de copilul care scrie primul pe foaie numărul 145.

a) Să se demonstreze că primul copil nu poate câștiga acest joc;

b) Să se precizeze ce trebuie să facă primul copil pentru a-l împiedica pe al doilea copil să câștige.

*Steluța Monea, Deva*

**Soluție** După 10 pași s-au ales toate cele 10 piese, iar pe foaie este scris numărul  $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$ . După 30 de alegeri numărul scris pe foaie este 135 ( $45 \cdot 3$ ), iar cel care urmează să aleagă este copilul numărul 1. a) Copilul numărul 1 trebuie să aleagă la pasul 31. El nu poate câștiga deoarece, la acest moment, numărul maxim scris pe foaie este 144 ( $135 + 9$ ), iar până la următoarea alegere făcută de copilul numărul 1 câștigă jocul copilul cu numărul 2 sau 3. b) Copilul numărul 1 poate să îl împiedice pe copilul numărul 2 să câștige jocul dacă alege numărul 0 (copilul numărul 2 este în situația copilului numărul 1 de la punctul a) sau dacă alege numărul 5 (pe foaie va fi scris 140, iar copilul numărul 2 nu are de unde să mai aleagă un 5 pentru a câștiga).