

**Problema 4.** La un test, cei 25 de elevi ai unei clase au avut de rezolvat trei probleme. 20 dintre elevi au rezolvat prima problemă, 18 au rezolvat problema a doua și 15 au rezolvat a treia problemă. Câți elevi au rezolvat toate cele trei probleme?

*Ion Cicu*

**Soluție:** Toate cele trei probleme puteau fi rezolvate de cel mult 15 elevi; nu se pot forma mai mult de 15 triplete de forma

(Problema 1, Problema 2, Problema 3).

Vom arăta că cel puțin 3 elevi au rezolvat toate cele trei probleme. Presupunem că niciun elev nu a rezolvat toate cele 3 probleme. Dacă toți elevii ar fi rezolvat cel mult câte două probleme am avea cel mult

$$25 \times 2 = 50 \text{ de soluții.}$$

Dar numărul soluțiilor este

$$20 + 18 + 15 = 53.$$

Diferența de 3 ( $53 - 50$ ) arată că cel puțin trei elevi au rezolvat toate cele trei probleme.

În concluzie, numărul elevilor care au rezolvat toate cele trei probleme este cel puțin 3 și cel mult 15.