

PROBLEME DE CONCURS

ABSTRACT. În vederea participării cu succes la concursurile școlare prezentăm câteva probleme de concurs însoțite de rezolvări și comentarii.

Lecția se adresează clasei a IV-a

Data: martie 2011

Autor: Iuliana Drăgan, Institutator, Școala nr. 96, București

Problemele care urmează au reprezentat subiectul propus de Inspectoratul Școlar al Municipiului București la un concurs de matematică pentru clasa a IV-a în anul 2010.

Problema 1: Determinați numărul natural \overline{abcd} , știind că îndeplinește simultan condițiile:

- i) a, b, c, d sunt cifre pare diferite, iar d este diferit de 0;
- ii) c este de patru ori mai mare decât a ;
- iii) b este mai mare decât a .

Soluție: Cifrele pare sunt 0, 2, 4, 6 și 8.

Dacă " c este de patru ori mai mare decât a " înseamnă că $a = 2$ și $c = 8$. Orice altă cifră am lua în locul lui a , numărul de patru ori mai mare decât a nu mai este cifră.

Dacă " b este mai mare decât a ", cum $a = 2$ rezultă b poate fi 4,6,8.

Dar $c = 8$, iar cifrele sunt diferite, așa că b rămâne să fie egal cu 4 sau cu 6.

Deoarece " d este diferit de 0", când $b = 4$ avem $d = 6$, iar când $b = 6$ avem $d = 4$.

În concluzie, numerele căutate sunt 2486 și 2684.

Problema 2: Aflați valoarea lui x din egalitatea

$$[x \times 2 + 2(111 - 202 : 2)] \times 2 = 160$$

Soluție: Folosim metoda mersului invers.

Dacă paranteza pătrată o notăm P egalitatea se scrie

$$P \times 2 = 160,$$

de unde

$$P = 160 : 2$$

adică

$$P = 80$$

Deci

$$x \times 2 + 2(111 - 202 : 2) = 80$$

Efectuăm acum calculele din paranteza rotundă.

Avem $111 - 202 : 2 = 111 - 101 = 10$.

Cu aceasta egalitatea devine

$$x \times 2 + 10 = 80$$

De aici

$$x \times 2 = 70$$

și deci

$$x = 35.$$

Problema 3: Scrieți ultima cifră a produsului următor:

$$3 \times 7 \times 6 \times 4 \times 5 \times 107.$$

Justificați răspunsul.

Soluție: Deoarece în produs apare 4×5 , iar acesta are ultima cifră 0 ($4 \times 5 = 20$) rezultă că ultima cifră a întregului produs va fi 0.

Problema 4: Suma a două numere naturale este 37. Dacă se triplează sfertul unuia dintre numere se obține 18. Aflți cele două numere.

Soluție: "Dacă se triplează sfertul unuia dintre numere se obține 18". De aici rezultă că sfertul unuia dintre numere este

$$18 : 3 = 6.$$

Dacă un sfert dintr-un număr este 6, atunci numărul este

$$6 \times 4 = 24.$$

Acum, "Suma a două numere naturale este 37", iar unul dintre numere este 24, rezultă celălalt număr este 13 ($37 - 24 = 13$).

Problema 5: Aflați toate numerele naturale care împărțite la un număr de o cifră dau câtul 23 și restul 6.

Soluție: Pentru rezolvare trebuie să ne amintim "împărțirea cu rest". Dacă D este deîmpărțitul, I împărțitorul, C câtul și R restul avem

$$D = C \times I + R$$

și

$$R < I.$$

Acum, deoarece restul este 6, iar împărțitorul are o singură cifră rezultă că împărțitorul poate fi 7, 8 sau 9.

Cu aceasta, numerele căutate sunt

$$D = 23 \times 7 + 6 = 167$$

$$D = 23 \times 8 + 6 = 190$$

sau

$$D = 23 \times 9 + 6 = 213.$$

Problema 6: Se împart 12 mere la 12 persoane. Unele primesc două mere, altele câte un sfert, iar o persoană primește o jumătate de măr. Câte persoane au primit două mere și câte au primit un sfert?

Soluție: Putem da câte 2 mere la cel mult 5 persoane. Dacă 6 persoane ar primi câte 2 mere am consuma toate merele ($2 \times 6 = 12$) și nu am avea ce da celorlalte persoane.

Dacă 5 persoane primesc câte două mere am consumat 10 mere ($2 \times 5 = 10$). Rămân 2 mere ($12 - 10 = 2$) care se împart în câte 4 sferturi. Obținem astfel 8 sferturi ($2 \times 4 = 8$). Două sferturi formează o jumătate pe care o dăm unei persoane. Rămân astfel 6 sferturi ($8 - 2 = 6$) pe care le dăm celor 6 persoane care au rămas.

Deci 5 persoane primesc câte 2 mere, 6 persoane primesc câte un sfert și o persoană primește o jumătate de măr.

Dacă 4 persoane ar primi câte 2 mere am consumat 8 mere și rămân 4 mere care trebuie împărțite în sferturi. Se obțin prea multe sferturi (12) și nu avem suficiente persoane.

Singura soluție este 5 persoane primesc câte 2 mere, 6 persoane primesc câte un sfert și o persoană primește o jumătate de măr.

Problema 7: Pentru a pleca într-o excursie, fiecare dintre elevii unei clase trebuie să plătească 50 lei. Deoarece un copil renunță, costul călătoriei crește la 52 lei de elev. Câți elevi au mers în excursie și ce sumă totală trebuia plătită?

Soluție: Observăm că fiecare elev plătește o diferență de 2 lei ($52 - 50$) pentru a acoperi suma de bani pe care nu o mai dă elevul care se retragere.

Putem afla câte persoane trebuie să dea câte 2 lei pentru a acoperi suma de 50 lei.

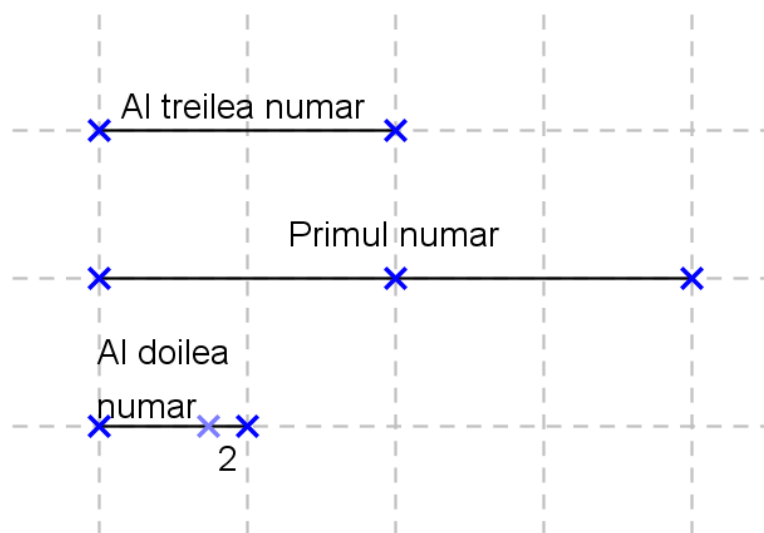
$$50 : 2 = 25(\text{persoane})$$

Acum, suma totală care trebuie plătită este

$$52 \times 25 = 1300(\text{lei}).$$

Problema 8: Suma a trei numere naturale este 138. Primul număr este de două ori mai mare decât al treilea, iar al doilea este cu 2 mai mic decât sfertul primului număr. Aflați cele trei numere.

Soluție: Rezolvăm problema prin metoda grafică.



Se observă din figură că dacă adăugăm 2 la cel de-al doilea număr obținem un sfert din primul număr.

Avem 4 sferturi în primul număr, 2 sferturi în al treilea număr și un sfert în cel de-al doilea număr mărit cu 2, în total 7 sferturi.

Cum suma celor trei numere este 138 și la al doilea număr am adăugat 2 rezultă că 7 sferturi înseamnă 140.

Atunci un sfert înseamnă

$$140 : 7 = 20.$$

De aici rezultă că primul număr este 80 (4×20), al doilea număr este 18 ($20 - 2$) și al treilea număr este 40 (2×20).