Un număr de cinci cifre A se scrie numai cu cifre din mulţimea $\{2, 3\}$, iar numărul de patru cifre B se scrie numai cu cifre din mulţimea $\{3, 4\}$.
Este posibil ca produsul $A \cdot B$ să se scrie numai cu cifra 2?

* * *

Soluţia 1.
Avem că $22222 \leq A \leq 33333$ şi $3333 \leq B \leq 4444$ deci $22222 \cdot 3333 \leq A \cdot B \leq 33333 \cdot 4444$ adică $74065926 \leq A \cdot B \leq 148131852$. Aşadar $A \cdot B$ are 8 sau 9 cifre dar e mai mare decât 22222222 şi mai mic decât 222222222 deci nu poate avea toate cifrele egale cu 2.

Soluţia 2.
Presupunem că ar exista A şi B cu proprietatea dorită şi considerăm două asemenea numere. Analizând ultima cifră a numerelor A şi B constatăm că trebuie ca A să aibă ultima cifră 3, iar B ultima cifră 4. Examinând acum cifra zecilor, pentru ca cifra zecilor produsului $A \cdot B$ să fie 2 trebuie ca A şi B să aibă, ambele, cifra zecilor 3. Examinând acum cifra sutelor, pentru ca cifra sutelor produsului $A \cdot B$ să fie 2 trebuie ca A şi B să aibă, ambele, cifra sutelor 3. Examinând acum cifra miilor, pentru ca cifra miilor produsului $A \cdot B$ să fie 2 trebuie ca A şi B să aibă, ambele, cifra miilor 3, deci $B = 3334$. Verificăm acum imediat că nici $23333 \cdot 3334$, nici $33333 \cdot 3334$ nu se scriu numai cu cifre 2, deci presupunerea făcută este falsă, adică nu există numere cu proprietatea din enunţ.