

Problema 1.

Se consideră numerele  $a = \sqrt{x-2012}$  și  $b = \sqrt{x-2013}$

1) Demonstrați că există o infinitate de valori raționale  $x$  pentru care numerele date sunt simultan numere raționale.

2) Demonstrați că există o infinitate de valori raționale  $x$  pentru care numerele date sunt simultan numere iraționale.

Soluție- Problema 1

1) Din egalitățile  $a = \sqrt{x-2012}$  și  $b = \sqrt{x-2013}$  obținem că  $a^2 = x-2012$  și  $b^2 = x-2013$ , deci  $a^2 - b^2 = 1$ .

Considerând  $a-b = \frac{m}{n}$  și  $a+b = \frac{n}{m}$ ,  $m, n \in \mathbb{N}^*$  se obține, cu ușurință, cerința.

2) Pentru  $x = 10^p$ ,  $p > 4$  se obține că  $a$  și  $b$  sunt numere iraționale.