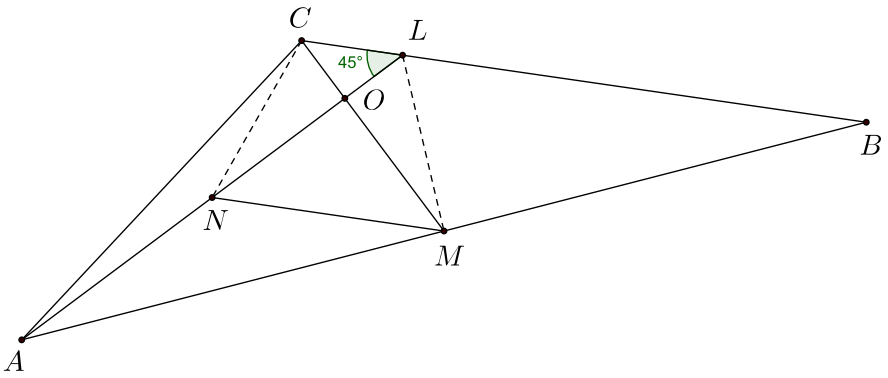
Problema 3. Punctul L de pe latura (BC) a unui triunghi ABC are proprietatea că $AL = 2\,CM$, unde M este mijlocul laturii (AB). Ştiind că măsura unghiului $\angle ALC$ este de $45°$, demonstraţi că dreptele AL şi CM sunt perpendiculare.

Turneul Oraşelor, 2014

Soluţie:
Fie N mijlocul lui (AL). Atunci $AN = NL = CM$. Pe de altă parte, MN este linie mijlocie în triunghiul ABL, deci $MN \parallel LB$. Rezultă că patrulaterul $CNML$ este trapez (eventual paralelogram). În plus, diagonalele acestuia sunt congruente, deci $CNML$ este trapez isoscel (eventual dreptunghi). Din congruenţa (LLL) a triunghiurilor CML şi LNC rezultă atunci că $m(\angle MCL) = m(\angle NLC) = 45°$. Notând $\{O\} = AL \cap CM$, obţinem din triunghiul COL că $m(\angle COL) = 90°$, adică $AL \perp CM$.