Gabriela Mara Puiu, clasa a V-a

Problemă. Se scriu pe o tablă, în ordine crescătoare, toate numerele naturale de la 1 până la 2014 inclusiv. Numărul 1 se sterge. Se numără următoarele 4 numere, iar 6 se șterge. Se număr alte 4 numere și următorul se șterge. Se continuă astfel până la ultimul număr șters.
a) Care este cel de al 100-lea număr șters?
b) Care este suma numerelor rămase pe tablă ?

Ion Cicu, București

SOLUŢIE :

a) Se observă că putem forma un șir cu numele șterse, având primul termen $T_1 = 1$ și o rație constantă de creștere r = 5.
1; 6; 11; 16; …
Urmărim regula de formare a șirului și vom avea:
$\mathbf{T_1 = 1} = 1 + 5*0$
$\mathbf{T_2 = 6} = 1 + 5*1$
$\mathbf{T_3 = 11} = 1 + 5*2$
$\mathbf{T_4 = 16} = 1 + 5*3$
...
$\mathbf{T_n = 1 + 5 (n-1)}$

Atunci, $T_{100} = 1 + 5 (100-1) = 1+ 5*99 = 496$

$\mathbf{T_{100} = 496}$

b) Pentru a calcula suma numerelor rămase pe tablă (Sr), din suma tuturor numerelor scrise de la 1 la 2014 (St), scădem suma numerelor șterse de pe tablă (Ss). Pentru aceasta folosim suma lui Gauss.

$S = \frac{n(n+1)}{2}$

St = 1 + 2 +3 + ...+2014 = (2014 * 2015) : 2 = 2.029.105

Pentru a calcula suma numerelor șterse de pe tablă aplicăm formula:

Ss = $\frac{(T1+Tn)*n}{2}$

unde, *T_1 - primul termen al șirului*
T_n - ultimul termen al șirului
n – numărul de termeni ai șirului

Știm că T_1=1, trebuie să stabilim ultimul termen al șirului de numere șterse și numărul de numere șterse.
Se observă că ultimul număr șters este **2011**, el corespunde regulii de formare a șirului de numere șterse, astfel:

2011 = 1 + 5 * 402, ceea ce înseamnă că este cel de al **403**-lea termen șters, deoarece **T_n = 1 + 5 (n-1)**

Și atunci, suma numerelor șterse va fi:

Ss = $\frac{(1+2011)*403}{2}$ = 405418

Deci, suma numerelor rămase este:

Sr = St – Ss = 2.029.105 – 405.418 = 1.623.687

RĂSPUNS: a) T_{100} = 496
b) S_r = 1.623.687