

Problema 2

Fie $ABCD$ un patrulater înscris într-un cerc de centru O . Notăm cu I_A, I_B, I_C și I_D centrele cercurilor înscrise triunghiurilor BCD, CDA, DAB respectiv BAC .

- Arătați că patrulaterul $ABI_D I_C$ este inscriptibil.
- Arătați că $\overrightarrow{OI_A} \cdot \overrightarrow{OI_C} = \overrightarrow{OI_B} \cdot \overrightarrow{OI_D}$.

Soluție

- $m(\widehat{I_D A I_C}) = \frac{1}{2}m(\widehat{BAD}) - \frac{1}{2}m(\widehat{BAC}) = \frac{1}{2}m(\widehat{CAD})$ și $m(\widehat{I_D B I_C}) = \frac{1}{2}m(\widehat{CBD})$, deci patrulaterul $ABI_D I_C$ este inscriptibil.
- Analog și patrulateralele $BCI_A I_D$, $CDI_B I_A$ și $DAI_C I_B$ sunt inscriptibile, de unde se deduce că patrulaterul $I_A I_B I_C I_D$ este un dreptunghi, de unde rezultă cerința.