

În fiecare pătrățel al unei table 10×10 se scrie câte un număr întreg astfel încât diferența dintre oricare două numere scrise în pătrățele vecine să fie cel mult 5 (două pătrățele sunt considerate vecine dacă au o latură comună). Demonstrați că două dintre numere trebuie să fie egale.

din cartea *Russian Experience*, de D. Fomin, S. Genkin și I. Itenberg

Soluție.

Putem ajunge din oricare pătrățel al tablei în oricare altul trecând numai prin pătrățele învecinate. Mai mult, între oricare două pătrățele ale tablei există un „drum”, format din cel mult 19 pătrățele, care trece numai prin pătrățele vecine. Acest lucru înseamnă că diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr scris pe tablă este cel mult 90. Prin urmare în pătrățelele tablei pot figura cel mult 91 de numere distincte. Fiind 100 de pătrățele, din principiul cutiei rezultă că printre numerele scrise în pătrățelele tablei se vor găsi și numere egale.