Problema 2. Determinaţi numerele naturale a, b şi c care verifică relaţiile:

$$a^2 + 3 = bc, \quad b^2 + 14 = ca, \quad c^2 = ab + 30.$$

Soluţie: Să observăm că avem $a^3 + 3a = b^3 + 14b = c^3 - 30c$, deci $c > a > b$. Adunând relaţiile din enunţ obţinem:

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca + 13 \Leftrightarrow (c-a)^2 + (a-b)^2 + (c-b)^2 = 26.$$

Singura combinaţie posibilă este ca $\{c-a; a-b; c-b\} = \{1; 3; 4\}$. Cum $c - b$ este cel mai mare rezultă $c - b = 4$. Avem două cazuri: $a - b = 3$ şi $c - a = 1$ sau $a - b = 1$ şi $c - a = 3$. Prima situaţie nu conduce însă la soluţii. În cea de-a doua situaţie, substituind $a = c - 3$, $b = c - 4$, $c \in \mathbb{N}$ în prima egalitate se obţine $c = 6$, deci $(a, b, c) = (3, 2, 6)$, triplet care verifică şi celelalte două ecuaţii din enunţ.