



Problema 3. Suma a zece numere naturale nenule, diferite este 108. Arătați că cel puțin două dintre numere sunt impare.

* * *

Soluție

Presupunem că toate numerele sunt pare sau că nouă dintre numere sunt pare și unul impar.

Dacă toate numerele sunt pare, alegând cele mai mici 10 numere naturale nenule pare, obținem $S = 2 + 4 + \dots + 20 = 110 > 108$ și se contrazice enunțul.

Alegând numere naturale pare mai mari, evident suma va fi mai mare decât 108.

Dacă un număr dintre cele 10 ar fi impar suma ar fi un număr impar și se contrazice enunțul, suma fiind 108 care este număr pare.

Rezultă că presupunerea a fost falsă și că cel puțin două numere sunt impare.