

**Problemă.** Rezolvați ecuația

$$\lg(x^3 + x) = \log_2 x.$$

*Ștefania Constantinescu, București*

**Soluție.** Din condițiile de existență ale logaritmilor avem  $x \in (0; \infty)$ .

Dacă notăm  $\log_2 x = a$  avem  $x = 2^a$  și ecuația devine

$$\lg(2^{3a} + 2^a) = a$$

sau

$$8^a + 2^a = 10^a$$

Împărțind prin  $10^a$  obținem

$$\left(\frac{4}{5}\right)^a + \left(\frac{1}{5}\right)^a = 1$$

Se observă că  $a = 1$  este soluție și din monotonia funcției  $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$ ,  $f(x) = \left(\frac{4}{5}\right)^x + \left(\frac{1}{5}\right)^x$  deducem că soluția este unică.

Revenind la  $x = 2^a$ , din  $a = 1$  rezultă că  $x = 2$  este unica soluție a ecuației date.