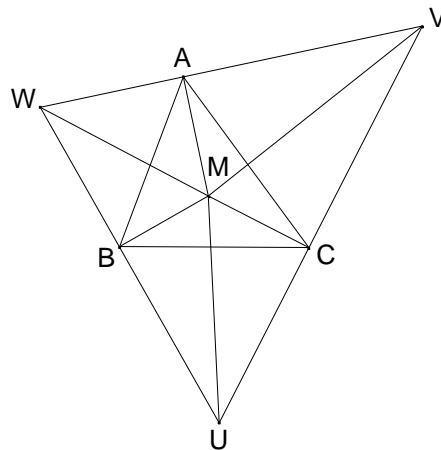


Clasa a X-a - Etapa 6 - Problema 3

Enunț: Fie M un punct interior triunghiului ABC și R_a, R_b și R_c razele cercurilor circumscrise triunghiurilor MBC , MAC și respectiv MAB . Atunci:

$$R_a + R_b + R_c \geq MA + MB + MC.$$

Soluție: Construim perpendiculara în A pe MA , perpendiculara în B pe MB și perpendiculara în C pe MC . Cele trei determină triunghiul UVW . Deoarece $\sphericalangle MBU$ și $\sphericalangle MCU$ sunt drepte, deducem că patrulaterul $MBUC$ este inscriptibil în cercul de diametru MU , deci $MU = 2R_a$. Analog deducem că $MV = 2R_b$ și $MW = 2R_c$.



Acum aplicăm inegalitatea Erdos - Mordell pentru punctul M interior triunghiului UVW și obținem

$$MU + MV + MW \geq 2(MA + MB + MC)$$

$$\Leftrightarrow 2R_a + 2R_b + 2R_c \geq 2(MA + MB + MC),$$

adică exact cerința problemei. □