

**Clasa a X-a**

**Etapa 6, Problema 1**

**Enunț:** Fie  $ABCD$  un patrulater în care laturile opuse nu sunt paralele. Considerăm mulțimea  $\Sigma = \{P \text{ din plan} \mid PA + PC = PB + PD\}$

- a) Demonstrați că mulțimea  $\Sigma$  are cel puțin un element.
- b) Dacă mulțimea  $\Sigma$  are un singur element, notat  $O$ , atunci  $OA = OB = OC = OD$ .

Monea Mihai și Steluța – Deva

**Soluție:**

a) Fie  $a, b$  mediatoarele laturilor  $AB$  respectiv  $CD$ . Fie  $a \cap b = \{P\}$ . Atunci  $PA = PB$  și  $PC = PD$ , deci  $P \in \Sigma$ , care astfel este nevidă.

b) Dacă  $c, d$  sunt mediatoarele lui  $AD$  și  $BC$  și  $c \cap d = \{Q\}$  atunci deducem că  $Q \in \Sigma$ , deci și concluzia.