

1. Să se compare numerele :

$$A = \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \quad \text{și} \quad B = \frac{b}{a} + \frac{a}{c} + \frac{c}{b},$$

unde a, b, c , sunt numere reale astfel încât: $0 < a < b < c$.

Soluție. Studiem semnul diferenței $A - B$, astfel obținem:

$$\begin{aligned} A - B &= \\ &= \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} - \frac{b}{a} - \frac{a}{c} - \frac{c}{b} = \\ &= \frac{a^2c + b^2a + c^2b}{abc} - \frac{b^2c + a^2b + c^2a}{abc} = \\ &= \frac{(a^2c - c^2a) + (b^2a - b^2c) + (c^2b - a^2b)}{abc} = \\ &= \frac{ac(a - c) + b^2(a - c) - b(a^2 - c^2)}{abc} = \\ &= \frac{(a - c)(ac + b^2 - ba - bc)}{abc} = \\ &= \frac{(a - c)(b - c)(b - a)}{abc} = \\ &= \frac{(c - a)(c - b)(b - a)}{abc} > 0, \end{aligned}$$

din ordinea numerelor reale a, b și c .

În final A mai mare decât B .