

Se consideră un cub $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Planul determinat de A și de centrele pătratelor $A_1 B_1 C_1 D_1$ și $B_1 C_1 C B$ intersectează $[B_1 C_1]$ în E . Calculați $\frac{B_1 E}{C_1 E}$.

Olimpiada județeană, 1987 (clasa a X-a)

Soluție. Notăm cu O, O_1, O_2 respectiv centrele fețelor $ABCD, A_1 B_1 C_1 D_1, BCC_1 B_1$ și $AO_1 \cap CC_1 = \{M\}$. Rezultă astfel că $MO_2 = (AO_1 O_2) \cap (BCC_1)$.

Deducem că $\{E\} = MO_2 \cap B_1 C_1$. Notăm $\{F\} = MO_2 \cap BC$ și avem $\frac{O_1 C_1}{AC} = \frac{1}{2} = \frac{MC_1}{MC} = \frac{EC_1}{FC}$. Totodată avem și $\triangle EO_2 C_1 \equiv \triangle FO_2 B$ și $\triangle EO_2 B_1 \equiv \triangle FO_2 C$; Notând $EC_1 = x$, rezultă $FC = 2x$, de unde $EB_1 = 2x$ și astfel $\frac{B_1 E}{C_1 E} = 2$.

