

Problema 3. Se consideră 9 puncte în spațiu. Se știe că ele sunt situate pe patru drepte paralele cu dreapta a și totodată pe trei drepte paralele cu dreapta b . Dreptele a și b sunt diferite și neperalele. Demonstrați că cele nouă puncte sunt coplanare.

Olimpiadă Moscova, 2000

Soluție:

Conform principiului cutiei, pe una din cele patru drepte paralele cu dreapta a (să o notăm cu a') trebuie să se găsească cel puțin trei din cele 9 puncte. Paralelele la b duse prin aceste puncte sunt distincte (deoarece a și b nu sunt paralele), deci trebuie să avem exact trei din cele 9 puncte pe dreapta a' . În plus, conform ipotezei, pe paralelele duse din aceste puncte trebuie să se afle toate cele 9 puncte. Dar toate aceste drepte se găsesc într-un plan, de unde concluzia.